Name	Klasse	Datum		Seite
3. Schulaufgabe	F12T6	28.04.09		Blatt 1/3

1.1 $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ [streng genommen D_f ist auch]

8 $f(-x) = (-x)^2 \ln\left(\frac{1}{16}(-x)^2\right) = f(x) \Rightarrow$ Achsensym zur y-Achse

$x \to \infty$: $f(x) \to$ "$\infty \cdot \infty$" $\to \infty$

$x \to -\infty$: $f(x) \to \infty$ (Sym.)

$x \to 0^+$: $f(x) = \underbrace{x^2}_{\searrow 0} \underbrace{\ln\left(\frac{1}{16}x^2\right)}_{\searrow \infty} = \frac{\ln\left(\frac{1}{16}x^2\right)}{x^{-2}} \xrightarrow{L.H} \frac{\frac{16}{x^2} \cdot \frac{1}{16} \cdot 2x}{-2x^{-3}}$

$= -\frac{1}{x} \cdot x^3 = -x^2 \to 0^-$

$x \to 0^-$: $f(x) \to 0^-$ (Sym.)

NST : $x^2 \ln\left(\frac{1}{16}x^2\right) = 0$

$x_1 = 0 \notin D_f$ $\quad \Leftrightarrow \frac{1}{16}x^2 = 1 \Rightarrow x_{1/2} = \pm 4$

1.2 $f'(x) = 2x \ln\left(\frac{x^2}{16}\right) + x^2 \cdot \frac{16}{x^2} \cdot \frac{2x}{16}$; $\ln\left(\frac{x^2}{16}\right)' = \frac{2}{x}$

$= 2x \ln\left(\frac{x^2}{16}\right) + 2x = 2x\left(\ln\left(\frac{x^2}{16}\right) + 1\right)$

9 $f''(x) = 2\left(\ln\left(\frac{x^2}{16}\right) + 1\right) + 2x\left(\frac{2}{x} + 0\right)$

$= 2\ln\left(\frac{x^2}{16}\right) + 2 + 4 = 2\left(\ln\left(\frac{x^2}{16}\right) + 3\right)$

$f'(x) = 2x\left(\ln\left(\frac{x^2}{16}\right) + 1\right) = 0$

$x_1 = 0 \notin D_f$ $\quad \ln\left(\frac{x^2}{16}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} = e^{-1} = \frac{1}{e} \Rightarrow x_{1/2} = \pm\frac{4}{\sqrt{e}} \approx 2{,}4$

$f\left(\frac{4}{\sqrt{e}}\right) = \frac{16}{e} \cdot (-1) = -\frac{16}{e} \approx -5{,}88$

$f''\left(\frac{4}{\sqrt{e}}\right) = 2 \cdot (-1 + 3) = 4 > 0$ $\Bigg\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $TiP_1\left(\frac{4}{\sqrt{e}} \,\middle|\, \frac{16}{e}\right)$

$TiP_2\left(-\frac{4}{\sqrt{e}} \,\middle|\, \frac{16}{e}\right)$ (Sym.)

Name	Klasse	Datum		Seite
3. Schulaufgabe	F12T6	28.04.09		Blatt 2/3

2.1 (4)

$F'(x) = \frac{1}{3}\cdot 3x^2 \ln\left(\frac{x^2}{16}\right) + \frac{1}{3}x^3\cdot\frac{2}{x} + 3b x^2$

$= x^2 \ln\left(\frac{x^2}{16}\right) + \frac{2}{3}x^2 + 3b x^2$

$f(x) = x^2 \ln\left(\frac{x^2}{16}\right) + 0$

$\frac{2}{3} + 3b = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{2}{9}$

• Markierung) k

2.2 (5)

• $A(k) = \int_4^k f(x)\,dx = F(k) - F(4)$ $\quad \int_4^k$ da $f(x) < 0$

• $= \frac{1}{3}k^3 \ln\left(\frac{k^2}{16}\right) - \frac{2}{9}k^3 - \left(\frac{1}{3}\cdot 16 \ln(\overset{0}{1}) - \frac{2}{9}\cdot 4^3\right)$

• $= \frac{1}{3}k^3 \ln\left(\frac{k^2}{16}\right) - \frac{2}{9}k^3 + \frac{128}{9}$

• $k \to 0$ $\quad$ "$0 \cdot (-\infty)$" $\to 0$ $\quad 0$ $\quad$ • $A(k) \to \frac{128}{9} = 14{,}\bar{2}$ [FE]

'ln verliert'

2.3.1 (4) G_g stetig bei $x_0 = 4$, da $f(x) = h(x) = 0 \quad (= \lim\limits_{x\to 4^+} h(x))$

2.3.2 (4)

• $f'(4) = 2\cdot 4\cdot(\ln(1) + 1) = 8 = \lim\limits_{x\to 4^-} f'(4)$

• $h(x) = -8x + 96 - \frac{256}{x} = -8x + 96 - 256x^{-1}$

• $h'(x) = -8 - (-1)\cdot 256x^{-2} = -8 + \frac{256}{x^2}$

$h'(4) = -8 + \frac{256}{16} = 8$ $\quad$ (kein lim, da $x \geqq 4$)

• $\lim\limits_{x\to 4} f'(4) = h'(4) = 8 \Rightarrow$ diffbar bei $x_0 = 4$

2.3.3 (5)

• $F_2 = \int_4^8 h(x)\,dx$; $h(x) = -8x + 96 - 256\cdot\frac{1}{x}$

• ~~•~~ $\Rightarrow H(x) = -4x^2 + 96x - 256\ln(x)$

$= [H(x)]_4^8$

$= H(8) - H(4)$

• $= -4\cdot 64 + 96\cdot 8 - 256\ln(8) - (-4\cdot 16 + 96\cdot 4 - 256\ln(4))$

~~•~~ $= 192 - 256(\ln(8) - \ln(4)) \quad (= 192 - 256\ln(2))$

• $\approx 14{,}55$ $\quad$ größer als $A(k)$ für $k \to 0$

Name	Klasse	Datum	Seite
3. Schulaufgabe	F12T6	28.04.09	Blatt 3/3

2 **3.1** Alle Geraden g_s sind parallel m. untersch. Aufpkt 1

Alle Geraden h_t haben selben Aufpkt, aber l.u. RV. 1

5 **3.2** $G: \vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}^{1}$; $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \hat{=} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ 2

$G: \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1 - 0 \\ x_2 - 0 \\ x_3 - 0 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow \underline{3x_1 - x_3 = 0}$ 1

Lage // zum x_2-Achse, enth. x_2-Achse u. Urspr. 1

2 **3.3** h_t in $H: 3(4 + 2\mu t) + 2(-3\mu t) - 12 = 0$ 1

$\Leftrightarrow 12 + 6\mu t - 6\mu t - 12 = 0 \Leftrightarrow \underline{0 = 0 \ (w)}$ 1

3.4 $G: 3x_1 - x_3 = 0 \Leftrightarrow x_3 = 3x_1$; Setze $x_1 \overset{1}{=} \alpha \Rightarrow x_3 = 3\alpha$ 1

$H: 3x_1 + 2x_2 - 12 = 0 \Rightarrow 3\alpha + 2x_2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x_2 = 6 - \frac{3}{2}\alpha$ 1

4 $\begin{matrix} x_1 = \alpha \\ x_2 = 6 - \frac{3}{2}\alpha \\ x_3 = 3\alpha \end{matrix} \Rightarrow s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -3/2 \\ 3 \end{pmatrix}_{1} = \underline{\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha' \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}} = g_6$

3.5 $\lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} \overset{?}{=} \begin{pmatrix} 2t \\ -3t \\ 2+5t \end{pmatrix}_{1} \Rightarrow \begin{matrix} 2\lambda = 2t \Leftrightarrow \lambda = t \\ -3\lambda = -3t \Leftrightarrow \lambda = t \ ^{1} \\ 6\lambda = 2 + 5t \Rightarrow 6t = 2 + 5t \Leftrightarrow t = 2 \ ^{1} \end{matrix}$ $\underline{\text{Für } t = 2 \text{ par.}}$ } 3

6 $\begin{matrix} 0 = 4 + 4\mu \Leftrightarrow 4\mu = -4 \Leftrightarrow \mu = -1 \\ 5 = -6\mu \\ 0 = 2\mu + 10\mu \Leftrightarrow 12\mu = 0 \Rightarrow \mu = 0 \end{matrix}$ 1 ↯ $\Rightarrow$ $\underline{\text{immer echt par.}}$ 1 } 3

1

3.6 $\overrightarrow{AF} = \begin{pmatrix} 4 + 4\mu \\ -6\mu - 2 \\ 12\mu \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 12 \end{pmatrix} \overset{!}{=} 0$ 2

$\Rightarrow 4(4 + 4\mu) - 6(-6\mu - 2) + 12 \cdot 12\mu = 0$ 1

$\Leftrightarrow 16 + 16\mu + 36\mu + 12 + 144\mu = 0 \Leftrightarrow 196\mu = -28 \Leftrightarrow \underline{\mu = -\frac{1}{7}}$ 1

$|\overrightarrow{AF}| = \left[\left(4 - \frac{4}{7}\right)^2 + \left(\frac{6}{7} - 2\right)^2 + \left(\frac{12}{7}\right)^2\right]^{1/2} = \sqrt{16} = \underline{\underline{4}}$ 1

($\mu^* = \frac{2}{7}$ für andere Gerade als Bezugsgerade)